

## Travaux Dirigés - 3

### Exercice 1

Que dire de deux ensembles  $A$  et  $B$  tels que  $A \cap B = A \cup B$  ?

### Exercice 2

Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  trois ensembles. Montrer que  $A \cap C = A \cup B$  si et seulement si  $B \subseteq A \subseteq C$ .

### Exercice 3

Montrer que l'ensemble  $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$  ne peut pas s'écrire comme produit cartésien de deux parties de  $\mathbb{R}$ .

### Exercice 4

Soient  $E$  un ensemble et  $f$  une application de  $E$  dans  $\mathbb{N}$  telle que pour toutes parties disjointes  $A$  et  $B$  de  $E$  on ait  $f(A \cup B) = f(A) + f(B)$ .

1. Montrer que  $f(\emptyset) = 0$ .
2. Montrer que pour toutes parties  $A$  et  $B$  de  $E$ , on a:  
$$f(A \cup B) + f(A \cap B) = f(A) + f(B).$$

### Exercice 5

Spécifier formellement une fonction *factoriel* qui permet de calculer le factoriel d'un entier naturel.

### Exercice 6

Spécifier formellement un graphe simple, non orienté et connexe.

- un graphe est dit simple s'il n'a pas d'arêtes doubles ni de boucles.
- un graphe non orienté est un graphe dont les arêtes n'ont pas de sens.
- un graphe non orienté est dit connexe si quels que soient deux sommets  $u$  et  $v$  du graphe, il existe une chaîne de  $u$  vers  $v$ .