

Travaux Dirigés - 1

Exercice 1

Calculez la table de vérité pour chacune des formules suivantes. Parmi ces formules, quelles sont celles qui sont: Valides? Satisfaisables?

1. $p \vee \neg p$
2. $p \wedge (q \vee r)$
3. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
4. $p \wedge \neg q \wedge r$
5. $p \vee q \vee (p \Rightarrow q)$
6. $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r)$

Exercice 2

Montrez que les règles du *modus ponens* et du *modus tollens* sont équivalentes d'après leurs tables de vérité.

$$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q \text{ (modus ponens)}$$

$$[\neg q \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow \neg p \text{ (modus tollens)}$$

Exercice 3

Exprimez les affirmations suivantes en logique propositionnelle. Pour chaque formule obtenue, donnez une interprétation qui la rend fausse, et une autre interprétation qui la rend vraie.

1. soit x est vrai, soit y est vrai ("ou exclusif")
2. si a , b ou c est vrai, alors x , y ou z est vrai
3. si un seul parmi a , b et c est vrai, alors un seul parmi x , y et z est vrai
4. au moins deux propositions parmi a , b et c sont vraies
5. les propositions a et b ne sont pas toutes les deux vraies, sauf si c est vraie, auquel cas d et e ne sont pas vraies toutes les deux

Exercice 4

Vous êtes perdu sur une piste dans le désert. Vous arrivez à une bifurcation. Chacune des deux pistes est gardée par un sphinx que vous pouvez interroger. Les pistes peuvent soit conduire à une oasis, soit se perdre dans un désert profond (au mieux, elles conduisent toutes à une oasis, au pire elles se perdent toutes les deux). Vous disposez des informations suivantes:

- A. Le sphinx de droite vous répond: “Une au moins des deux pistes conduit à une oasis”.
 - B. Le sphinx de gauche vous répond: “La piste de droite se perd dans le désert”.
 - C. Vous savez que les sphinx disent tous les deux la vérité, ou bien mentent tous les deux.
1. Si D est la proposition “Il y a une oasis au bout de la route droite” et si G est la proposition “Il y a une oasis au bout de la route gauche”, alors
 - (a) Exprimez par une formule de la logique propositionnelle les affirmations A et B.
 - (b) Exprimez alors la connaissance de C.
 2. Résolvez l’énigme.